

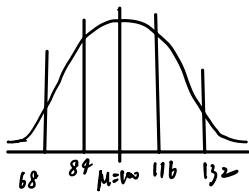
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Q1:

統計決策與分析 學習單 3

Q1 假設 X 服從平均數為 100、標準差為 16 的常態分配。請問

(1) $P(X > 108)$
 (2) $P(X < 84)$
 (3) $P(84 < X < 108)$



$$\textcircled{1} P(X > 108) = P\left(\frac{X - 100}{16} > \frac{108 - 100}{16}\right) = P(Z > 0.5) = 0.3085$$

$$\textcircled{2} P(X < 84) = P\left(\frac{X - 100}{16} < \frac{84 - 100}{16}\right) = P(Z < -1) = 0.1587$$

$$\textcircled{3} P(84 < X < 108) = P(-1 < Z < 0.5) = 1 - 0.1587 - 0.3085 = 0.5328$$

Q2:

Q2 假設 X 服從平均數為 100、標準差為 16 的常態分配。請問 抽樣，
 從 X 中隨機抽取樣本數 100 個，得到樣本平均數大於 102 的機率有多少？

先求 z ， $z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{102 - 100}{16} = 0.125$ $P(\bar{X} > 102)$

$P(Z > 0.125)$

$\bar{X} \sim N\left(100, \frac{16^2}{n}\right)$

$\bar{X} \sim N\left(100, \frac{16^2}{100}\right)$

$\bar{X} \sim N\left(100, \left(\frac{16}{10}\right)^2\right)$

$P(\bar{X} > 102)$

$= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{102 - 100}{\frac{16}{10}}\right)$

$= P\left(Z > \frac{20}{16}\right)$

$= P(Z > 1.25) = 0.1057$

Q3:

統計決策與分析 學習單 3

Q3 東吳精密儀器公司宣稱它們排放的廢水都達到 2.5 PPM 以下。根據過去個紀錄，排放廢水的毒物標準差為 0.36。公平委員會接受檢舉，其排放廢水毒物標準高於 2.5 PPM。委託環保署進行抽樣調查，根據 36 次採樣，得到的毒物平均數為 2.62 PPM，根據統計原理，公平會的決策會是如何？

$H_0: \mu \leq 2.5$ $\sigma = 0.36$ $\bar{x} = 2.62$

if H_0 是對的、重複從 H_0 中隨機抽樣

樣本數 $= 36$ ， $n \geq 30$ (母體分配不重要)

$\bar{X}$ 的抽樣分配 $\sim$ 常態分配

以母體 $\mu = 2.5$ ppm 為平均數，以母體 σ^2/n 為變異數。 $\rightarrow$ by CLT

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 2.5 \\ H_1: \mu > 2.5 \end{cases} \quad n = 36 \quad \sigma = 0.36 \quad \bar{x} = 2.62 \quad z = \frac{2.62 - 2.5}{0.36/\sqrt{36}} = \frac{0.12}{0.36/6} = 2$$

$$P(\bar{X} > 2.62) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > 2\right) = 0.0228$$

$\therefore P\text{value} < \alpha = 0.05$ $\therefore$ 拒絕 H_0 ，此公司不能宣稱它們排放的廢水在 2.5 ppm 以下

Q4

Q4 東吳電池公司宣稱它們新型電動車的電池壽命每次充電可以至少維持 100 小時。過去的充電變異數的紀錄是 49。公司研發人員隨機抽測 16 部電動車的電池，發現電池平均壽命為 97.5 小時。副總經理質疑是否仍可以宣稱 100 小時。你是研發部主管，你會如何回答？

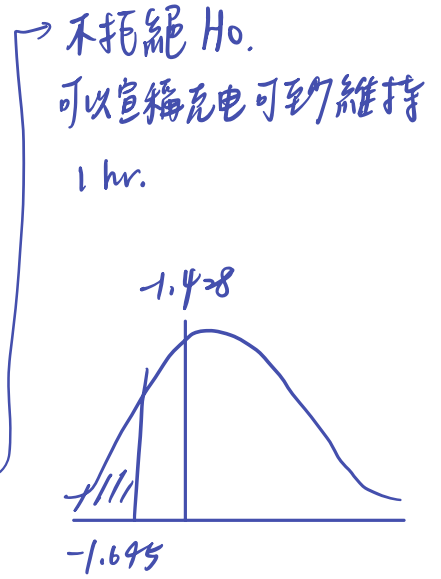
$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 100 \\ H_1: \mu < 100 \end{cases}$$

$$\sigma^2 = 49 \quad n = 16 \quad \bar{x} = 97.5 \quad \bar{x} \sim N(100, \frac{49}{16})$$

$$P(\bar{x} < 97.5) = P\left(\frac{\bar{x} - 100}{\sqrt{49/16}} < \frac{97.5 - 100}{\sqrt{49/16}}\right) = P(Z < -1.428)$$

$$\text{設 } \alpha = 0.05 \quad RR = \{Z < Z_{0.05} = -1.645\}$$

$$z^* = \frac{97.5 - 100}{\sqrt{49/16}} = -1.428 \quad (\text{不在 } RR \text{ 內})$$



Q5:

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 100 \\ H_1: \mu < 100 \end{cases}$$

$$n = 16 \quad s = 2.886 \quad \bar{x} = 98.9375$$

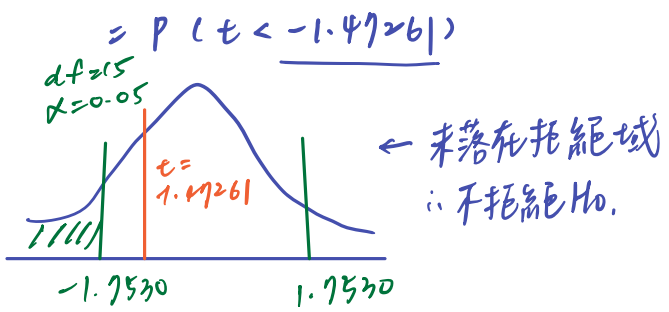
$$\text{設 } \alpha = 0.05 \quad (\text{信心水準 } 95\%)$$

$$P(\bar{x} < 98.9375) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} < \frac{98.9375 - 100}{2.89/\sqrt{16}}\right)$$

$$RR = \{t < -t_{\alpha=0.05, df=15}\}$$

$$\downarrow$$

$$t = 1.7530$$



Q6:

$$H_0: \sigma^2 = 49 \quad n = 16$$

$$H_1: \sigma^2 \neq 49 \quad \text{假設電池壽命的母體是常態分配}$$

$$(n-1)s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

服從卡方
自由度 $n-1$ 的公式

$$s^2 = 8.329 \quad \text{遠小於 } 49.$$

$$\sigma^2 = 49 \quad \text{不得宣稱}$$

$$\chi^2 = \frac{124.9375}{49} = 2.55$$

Q7: 用 Excel & R 做 ANOVA

R